

ULTRASONIDO Y CONSTANTES ELÁSTICAS

Linton Carvajal Ortega

Académico Departamento de Ingeniería Metalúrgica, Universidad de Santiago de Chile.
linton.carvajal@usach.cl

A nivel industrial, es muy conocido el uso del ultrasonido para la detección de fallas y la medición y control de espesor. Menos familiar resultan técnicas asociadas a la relación entre las constantes elásticas de los materiales y las velocidades con que en ellos se propagan las ondas ultrasónicas. Esta relación permite, por ejemplo, estudiar de manera no destructiva el grado de anisotropía que presente un material. En este artículo se presentan someramente las bases teóricas de la medición de constantes elásticas por ultrasonido y se muestra un ejemplo de aplicación en que se efectúa un seguimiento a un proceso de deformación por laminación y posterior recocido.

1. Teoría

El uso de ultrasonido para medir constantes elásticas de segundo orden en materiales policristalinos o polifásicos, se basa en la ecuación de Christoffel que las relaciona con la velocidad de fase de tres ondas ultrasónicas no dispersivas, con direcciones de polarización (esto es de vibración de las partículas del medio) mutuamente perpendiculares, propagándose en direcciones determinadas.

La acción de una carga repentina sobre un cuerpo proveniente de una fuente ultrasónica no es transmitida instantáneamente a todas las partes del cuerpo, sino que ondas de tensión y deformación se propagan con velocidades finitas a partir de la región cargada, lo que se traduce en un problema dinámico; es decir, al pasar una onda por una región cualquiera del cuerpo, se generan en esa región pequeñas tensiones y deformaciones elásticas temporales, estableciéndose un equilibrio dinámico descrito por las ecuaciones de movimiento

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},\end{aligned}$$

o en notación indicial (1)

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \rho \ddot{u}_i$$

donde ρ es la densidad del medio, σ_{ij} es el tensor simétrico de las tensiones,

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

y $u_i = (u,v,w)$ es el vector desplazamiento o vector polarización, que indica la dirección en que vibran las partículas del medio producto del paso de la onda.

Se observa que la ecuación de movimiento está expresada en términos de los esfuerzos. Para incluir las constantes elásticas, debemos recordar la ley generalizada de Hooke, que en la teoría de deformaciones infinitesimales relaciona el tensor de tensiones con el tensor deformación ε_{kl} mediante las constantes elásticas de segundo orden C_{ijkl} :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}, \quad (2)$$

o en notación matricial abreviada

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix}$$

donde el tensor deformación se relaciona con el vector desplazamiento como sigue:

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \epsilon_x & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_y & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_z \end{bmatrix} = \frac{1}{2} [u_{i,j} + u_{j,i}]$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}$$

Entonces, insertando la ecuación (2) en la ecuación de movimiento se obtiene la ecuación que gobierna la propagación de onda en un medio elástico homogéneo, caracterizado por sus constantes elásticas:

$$\rho \ddot{u}_i = \frac{1}{2} C_{ijkl} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} + \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} \right) \quad (3)$$

Sólo queda definir el desplazamiento de las partículas del medio producto del paso de la onda. Para ello, se puede suponer como solución a la ecuación de movimiento la propagación de ondas elásticas armónicas (esto es, ondas que producen un desplazamiento de las partículas del material que corresponde a una función sinusoidal). Se obtiene, así, la ecuación de Christoffel:

$$\left(C_{ijkl} n_j n_k - \rho v^2 \delta_{il} \right) u_l = 0 \quad (4)$$

donde (n_1, n_2, n_3) son los cosenos directores de la normal al frente de onda, que indican la dirección de propagación de la onda, v es la velocidad de fase de la onda y δ_{il} es el delta Kronecker.

La ecuación anterior corresponde, en realidad, a tres ecuaciones homogéneas, de las cuales, para cada dirección de propagación considerada, surgen tres valores diferentes de velocidad, a partir de la ecuación cúbica en v^2 , obtenida igualando a cero el determinante de la matriz de los coeficientes. Estas tres velocidades corresponden a tres ondas con vectores de polarización mutuamente perpendiculares. Es decir que si se conocen las constantes elásticas del medio y se considera una dirección de propagación (determinada por (n_1, n_2, n_3)), se obtienen expresiones que permiten calcular, a partir de las constantes elásticas, las velocidades de tres ondas que producen desplazamientos mutuamente perpendiculares de las partículas del medio.

Lo anterior es conocido como el problema directo, pero lo que realmente interesa es resolver el problema inverso consistente en determinar las constantes elásticas a partir de medidas experimentales de velocidad de onda.

Afortunadamente, la mayoría de los materiales utilizados en ingeniería poseen simetría isotrópica, con sólo dos constantes elásticas independientes, u ortotrópica, con 9 constantes independientes. En el caso isotrópico, la matriz de constantes elásticas se reduce a

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11}-C_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11}-C_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11}-C_{12}) \end{bmatrix}$$

Se observa que las tres primeras constantes de la diagonal son idénticas, es decir, $C_{11} = C_{22} = C_{33}$; de igual forma, las otras tres también son idénticas entre sí, $C_{44} = C_{55} = C_{66}$, e iguales a $\frac{1}{2}(C_{11}-C_{12})$, por lo que las constantes fuera de la diagonal, también idénticas entre sí (C_{12}), no son independientes. En este caso, entonces, la ecuación (4) conduce a las relaciones:

$$C_{44} = 2v_T^2$$

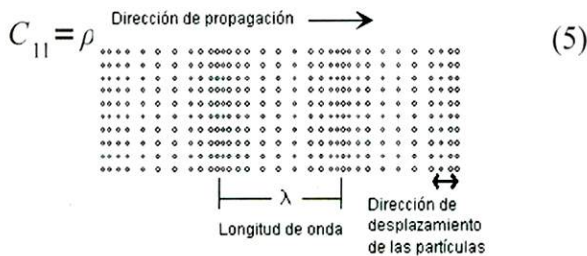


Figura 1: Onda longitudinal

v_L es la velocidad de la onda longitudinal (polarizada longitudinalmente, Fig.1) y v_T la de la onda de corte (polarizada transversalmente a su dirección de propagación, Fig. 2).



Figura 2: Onda Transversal o de Corte.

Cuando el material es isotrópico, la velocidad de la onda de corte es independiente de la dirección de vibración de las partículas. Basta entonces medir las velocidades de una onda longitudinal y una de corte en cualquier dirección de propagación, siendo suficiente medir el espesor que recorrerán las ondas con 0,5% de precisión, para obtener los valores de las constantes elásticas con una precisión superior al 1%.

En el caso de ortotropía, la matriz de constantes elásticas queda

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}$$

Para obtener las constantes sobre la diagonal, se requiere medir las velocidades de tres ondas longitudinales y tres transversales en las direcciones de simetría del material, mientras que para las constantes fuera de la diagonal se requiere medir tres en los planos de simetría, pero en ángulo en relación a los ejes (Tabla 1).

Tabla 1. Protocolo de mediciones de constantes elásticas.

Velocidad	Propagación	Polarización	Constante
v_{11}	x_1	x_1	C_{11}
v_{22}	x_2	x_2	C_{22}
v_{33}	x_3	x_3	C_{33}
v_{23} (o v_{32})	x_2 (ou x_3)	x_3 (ou x_2)	C_{44}
v_{13} (o v_{31})	x_1 (ou x_3)	x_3 (ou x_1)	C_{55}
v_{12} (o v_{21})	x_1 (ou x_2)	x_2 (ou x_1)	C_{66}
v_L o v_T	45° de x_1 e x_2	plano (x_1 - x_2)	C_{12}
v_L o v_T	45° de x_1 e x_3	plano (x_1 - x_3)	C_{13}
v_L o v_T	45° de x_2 e x_3	plano (x_2 - x_3)	C_{23}

Los subíndices usados en la notación para la velocidad están asociados a los ejes de simetría del material. El primero señala la dirección de propagación, y el segundo, la de polarización. En el caso de la onda longitudinal, los índices son iguales, v_{ii} , ya que ella produce un desplazamiento de las partículas del medio en la misma dirección en que se propaga; el desplazamiento perpendicular a la dirección de propagación de la onda de corte, queda denotado con el uso de índices distintos, v_{ij} , con $i \neq j$.

En materiales fuertemente anisotrópicos, el principal cuidado es con la medición efectiva de la velocidad de fase. Sin embargo, en materiales de anisotropía leve, como, por ejemplo, aceros laminados, la diferencia difícilmente llega a ser significativa, lo que simplifica la obtención de todas las constantes elásticas de un material levemente ortotrópico, ya que el error no será superior al correspondiente a la dispersión experimental. En la referencia [3] se realizaron mediciones

de velocidades de ondas ultrasónicas propagándose a lo largo de los ejes de simetría, para determinar algunas de las constantes elásticas en tres aleaciones metálicas distintas; se observaron diferencias desde 0,04% a 0,6%. En términos de las constantes en sí, esos resultados son bastante precisos (mucho más que lo que se obtendría en un ensayo de tracción).

A partir de la teoría de elasticidad que para el caso isotrópico relaciona las constantes elásticas de rigidez con el módulo de Young E, el módulo de cizalle G y el módulo de Poisson ν , es posible expresar estos parámetros en términos de las velocidades de las ondas longitudinal y de corte:

$$E = \frac{\rho v_T^2 \left[3 \left(v_L / v_T \right)^2 - 4 \right]}{\left(v_L / v_T \right)^2 - 1} \quad (6)$$

$$G = \rho v_T^2 \quad (7)$$

$$\nu = \frac{\left(v_L / v_T \right)^2 - 2}{2 \left[\left(v_L / v_T \right)^2 - 1 \right]} \quad (8)$$

Estas tres últimas ecuaciones muestran una técnica de investigación muy interesante ya que con un equipo de laboratorio adecuado, se pueden obtener, de modo simple, valores para v_L, v_T (además de ρ), que son medidas experimentales suficientes para calcular las propiedades elásticas, siendo esto posible de realizar mediante un barrido desde una sola cara del material investigado.

En el caso de materiales levemente ortotrópicos, como chapas metálicas laminadas, en rigor es preciso disponer de acceso a las tres caras del material; sin embargo, utilizando incidencia normal para propagación a lo largo del eje z (figura 3), se obtienen las siguientes relaciones:

$$C_{33} = \rho v_{33}^2, \quad C_{44} = \rho v_{32}^2, \quad C_{55} = \rho v_{31}^2, \quad (9)$$

Recordando que en el caso isotrópico $C_{44} = C_{55}$, lo que implica que $v_{32} = v_{31}$, la ecuación (9) muestra que el acceso por sólo una cara puede ser suficiente para estudiar variaciones en el grado de ortotropía, midiendo las velocidades de las ondas de cizalle v_{31} y v_{32} , y determinando, así, la diferencia entre las constantes elásticas C_{44} y C_{55} .

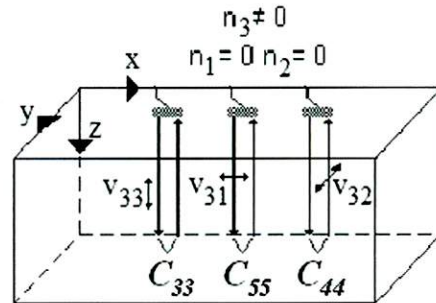


Figura 3. Ondas para la determinación de las constantes elásticas, con ondas longitudinales y transversales con propagación a lo largo de z.

Esta diferencia en velocidades es llamada birrefringencia acústica, la que se cuantifica dividiendo la diferencia por el promedio de ambas:

$$B = \frac{v_{31} - v_{32}}{\frac{1}{2}(v_{31} + v_{32})} = \frac{d/t_{31} - d/t_{32}}{\frac{1}{2}(d/t_{31} + d/t_{32})} \quad (10)$$

$$= \frac{t_{32} - t_{31}}{\frac{1}{2}(d/t_{32} + t_{31})}$$

donde t_{ij} corresponde a los tiempos de vuelo de las ondas en el espesor del material. La ecuación muestra que es posible cuantificar la birrefringencia sin necesidad de medir el espesor del material por donde viaja la onda, ya que la razón entre velocidades de dos ondas recorriendo el mismo espacio, d, se traduce en una razón de tiempos de vuelo de las mismas ondas, por lo que por una parte se omite una importante fuente de error en la medición, y por otra, posibilita el estudio en circunstancias en que sea difícil o imposible medir el espesor.

2. Aplicación

La aplicación que se describe a continuación muestra cómo utilizar la birrefringencia como método para el seguimiento de los cambios en la anisotropía en chapas laminadas en función del grado de deformación y de los tratamientos térmicos.

Como parte de un proyecto de investigación, se laminaron en frío siete probetas, provenientes de una chapa de acero ASTM A36 laminado en caliente, a niveles de deformación entre 5,4 y 49,7%, y posteriormente se recocieron a 900 y 1000°C, por 15 y 30 minutos. El procedimiento fue estudiado mediante análisis metalográfico, ensayo de durezas y ensayo ultrasónico.

Usando el montaje mostrado en la figura 4, se midieron tiempos de vuelo y se calcularon velocidades de ondas de corte. La tabla 2 muestra los resultados.

Cada valor mostrado en la tabla 2 corresponde al promedio de mediciones en varios puntos a lo largo de las probetas. La velocidad de la onda de corte v_{31} , polarizada paralelamente a la dirección de laminación, aumenta de modo constante hasta alcanzar un 0,86% de diferencia respecto a su valor promedio original sin deformación en frío; por su parte, v_{32} (polarizada perpendicularmente a la dirección de laminación) disminuye hasta 2,65% respecto de su correspondiente valor original. Esto implica que, debido a la deformación, C_{55} aumenta y C_{44} disminuye.

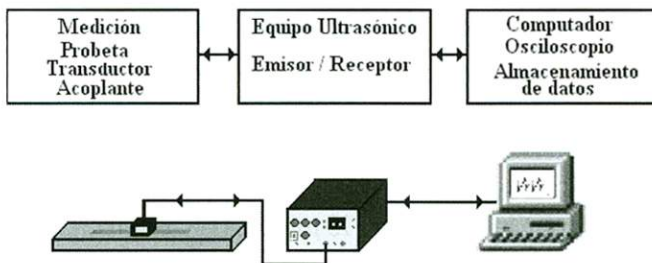


Figura 4. Esquema del sistema de ultrasonido.

% Def.	v31	v32
0	3243	3246
5,4	3245	3241
12,3	3247	3225
17,9	3251	3215
21,2	3254	3206
30,8	3250	3194
42,0	3261	3174
49,7	3271	3160

Tabla 2. Velocidades de ondas en función del porcentaje de deformación.

Utilizando la ecuación (10) se evaluó la birrefringencia acústica. El material original laminado en caliente mostró un grado de anisotropía muy bajo, con un valor promedio de birrefringencia de -0,0011. El aumento en la diferencia entre C_{55} y C_{44} causado por el proceso de deformación en frío aumentó significativa y linealmente la anisotropía, (Fig. 5).

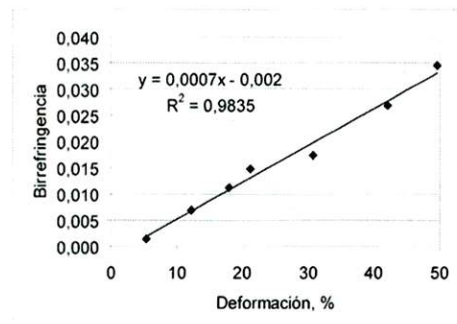


Figura 5. Variación de la birrefringencia con la deformación.

La figura 6 muestra que la dureza también varía linealmente con la deformación, lo que posibilita, entonces, establecer una relación lineal entre la birrefringencia y la dureza (Fig. 7).

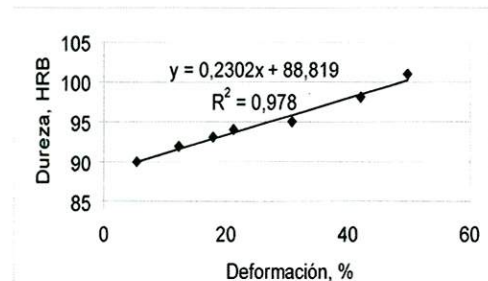


Figura 6. Relación entre dureza y deformación.

Por lo tanto, caracterizado el estado original sin deformación, es posible estimar con precisión, y mediante un ensayo no destructivo, tanto el nivel de deformación alcanzado por laminación, como el valor de dureza a partir de medidas de tiempos de vuelo de ondas de corte (birrefringencia).

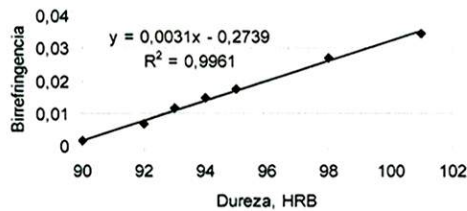


Figura 7. Relación lineal entre birrefringencia y la dureza alcanzada por deformación.

La figura 8 muestra las micrografías del material en su estado original, donde se observa una microestructura de ferrita equiaxial más perlita, típica de un acero ASTM A-36, y de probetas laminadas a grados bajo, medio y alto de deformación. La orientación alargada según el sentido de laminación sólo se observa con claridad para el más alto grado de deformación. Esto claramente contrasta con los resultados obtenidos por ultrasonido, en donde de modo no destructivo es posible "observar" el aumento de la ortotropía aún a los más bajos porcentajes de deformación.

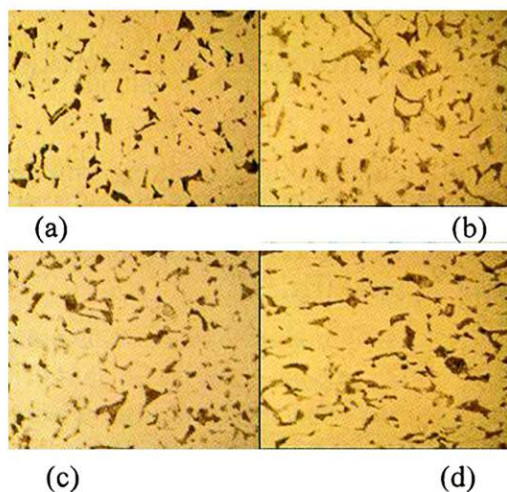
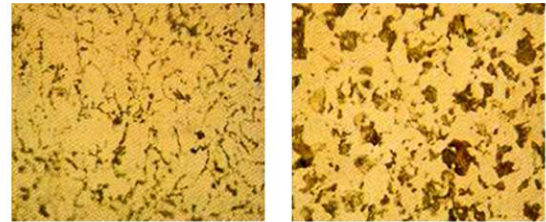


Figura 8. (a) Chapa en su estado original; (b) laminada a 5,4%; (c) 21,2%; (d) 49,7%.

Luego de tratarlas térmicamente, se observa, en la figura 9, que en relación a la probeta original existe una leve diferencia en el tamaño de grano ferrítico y que en la probeta tratada a mayor temperatura hay una presencia de colonias de perlita más gruesa. Por su parte, Los valores de dureza fluctuaron entre 77 y 82 HRB sin relación a la temperatura ni tiempo de tratamiento.



(a) (b)

Figura 9. Probetas laminadas y recocidas, (a) 21,2%, 900 °C, 30 min.; (b) 49,7%, 1000 °C 30 min.

Los resultados de dureza anteriores y el análisis metalográfico muestran que no es posible evaluar, por estos medios, el proceso de modificación de la anisotropía producto de los tratamientos térmicos aplicados a las probetas laminadas en frío.

En comparación, la determinación de la birrefringencia por métodos ultrasónicos permite visualizar estas modificaciones. La figura 10 muestra los resultados obtenidos para el tratamiento térmico a 1000°C. Allí se observa que para altos niveles de deformación, el tratamiento térmico tanto a 15 como 30 minutos tiende a recuperar los valores de birrefringencia hacia el valor original, lo que es indicativo de un proceso de recrystalización además del ciclo de transformación $\alpha - \gamma - \alpha$. Por otra parte, para deformaciones intermedias se observa que inicialmente (15 minutos) la birrefringencia aumenta por sobre la resultante de la deformación para luego (30 minutos) descender, implicando que se requiere de un cierto tiempo después de la transformación $\alpha - \gamma$ para que ocurra la recrystalización.

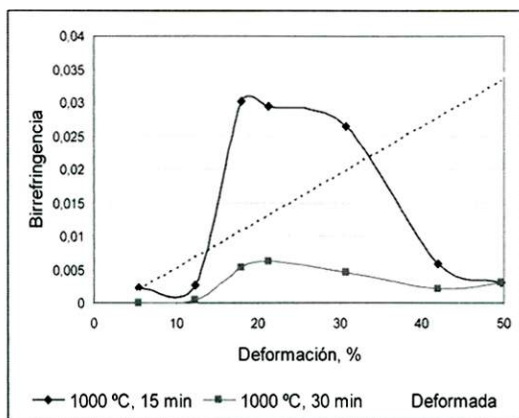


Figura 10. Efecto del tratamiento térmico sobre la birrefringencia en las probetas laminadas.

Referencias

- 1 Rose, J. L., "Ultrasonic Waves in Solid Media", Cambridge University Press, UK, 1999, pp. 27-33, 272-285.
- 2 Carvajal L., Bittencourt M., Lamy C., Payão J., "Obtenção de Constantes Elásticas por Ultrason em meios isotrópicos e levemente ortotrópicos", Conferencia Panamericana de Ensaio não Destrutivos, PANNDT, Rio de Janeiro, Junio, 2003.
- 3 Hauk, V., "Structural and Residual Stress Analysis by Nondestructive Methods: Evaluation, Application, Assessment", Elsevier, 1997, pp. 523-563
- 4 Spies, M., Schneider, E. "Nondestructive Analysis of Textures in Rolled Sheets by Ultrasonic Techniques", Textures and Microstructures, 1990, vol. 12, pp. 219-231
- 5 Sayers, C. M., "Ultrasonic Determination of Texture and Residual Stress in Polycrystalline Metals", in Ultrasonic Methods in Evaluation of Inhomogeneous Materials, Series E: Applied Sciences, No 126, eds. A. Alippi, W. G. Mayer, Martinus Nijhoff Publishers in coop. with NATO Scientific Affairs Division, 1987, pp. 367-379
- 6 Delsanto, P. P., Mignogna, R. B., Clark, A. V., "Ultrasonic Texture and Stress Measurements in Anisotropic Polycrystalline Aggregates", J. Acoust. Soc. Am. 87(1), Jan. 1990, pp. 215-224