

Modelos constitutivos y predicción de propiedades mecánicas en aceros multifásicos

Constitutive models and prediction of mechanical properties in multiphase steels

Alberto Monsalve

Departamento de Ingeniería Metalúrgica, Facultad de Ingeniería.
Universidad de Santiago de Chile.
alberto.monsalve@usach.cl

Resumen

Un tema de permanente investigación en ciencia e ingeniería de materiales es el de los aceros multifásicos, que son aceros que contienen varias fases: ferrita, bainita, martensita y austenita retenida. Cada una de estas fases otorga ciertas propiedades, por ejemplo, la ferrita entrega conformabilidad, la bainita y la martensita, resistencia mecánica y la austenita ductilidad. Esta combinación de propiedades hace posible que el acero multifásico, sea un material de excepcionales propiedades mecánicas. Otro aspecto relevante dice relación con la necesidad de predecir las propiedades mecánicas de este tipo de aceros, las cuales dependerán precisamente de las fases presentes y de las transformaciones que puedan ocurrir durante los procesos de deformación. Se ha investigado acerca de la forma en que dichas propiedades mecánicas pueden ser predichas. El presente artículo muestra algunos de los avances más relevantes que se han hecho los últimos años en la predicción de propiedades mecánicas a partir de modelos constitutivos, contrastándose los resultados de dichos modelos con los valores reales obtenidos experimentalmente, mostrando una buena correspondencia entre ambos valores.

Palabras Clave: Propiedades mecánicas; Modelos constitutivos; Aceros multifásicos; Austenita retenida.

Abstract

Research in multiphase steels is a constant subject in science and engineering of materials. These steels contain several phases: ferrite, bainite, martensite and retained austenite. Each of these phases give some properties to steels. For example, ferrite increase formability, bainite and martensite enhance the mechanical strength and austenite gives ductility. This combination on properties makes it possible that multiphase steels have exceptional mechanical properties. Other relevant aspect to study is the importance of prediction of mechanical properties in this kind of steels, which precisely depend of the phases present in the steel and the transformations that can occur during deformation process. It has been investigated about how the mechanical properties can be predicted. The present paper shows some of the most important advances of the last years related to prediction of mechanical properties from constitutive models, comparing the results obtained from these models with experimental results, showing a good agreement between predicted and experimental data.

Keywords: Mechanical properties; Constitutive models; Multiphase steels; Retained austenite.

Introducción

La resistencia mecánica de un sólido es una función de la temperatura, la deformación plástica y la velocidad de deformación, de tal manera que puede plantearse la existencia de una función que cumpla la siguiente condición:

$$F(\sigma, T, \varepsilon, \dot{\varepsilon}) = 0 \quad (1)$$

en que T corresponde a la temperatura absoluta, ε y $\dot{\varepsilon}$ corresponden a la deformación y a la velocidad de deformación respectivamente. El término $\partial\sigma/\partial\varepsilon$ representa el endurecimiento por deformación y debe ser calculado manteniendo constante ya sea la temperatura o la velocidad de deformación:

$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon}\right)_T \text{ o } \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\dot{\varepsilon}}\right)_\varepsilon.$$

Dependencia de la resistencia mecánica con la deformación plástica

Durante la deformación en frío, la componente plástica de dicha deformación es capaz de endurecer el material, debido a la generación de dislocaciones. Estas dislocaciones, interaccionan entre sí, obstaculizando su movimiento, lo cual explica el fenómeno de endurecimiento por deformación. En general, se ha encontrado que este mecanismo de endurecimiento por deformación actúa en la gran mayoría de los metales y aleaciones, habiéndose planteado varios modelos constitutivos, los cuales se exponen a continuación. Antes, es preciso recalcar que el requisito para que se produzca endurecimiento por deformación es que la deformación sea aplicada en frío, dado que si es aplicada en caliente, se produce recristalización dinámica, mecanismo que aniquila las dislocaciones y además genera recristalización y por lo tanto ablandamiento en el material.

Modelo de Hollomon

En el año 1945, John Herbert Hollomon, publica en el volumen 162 de la revista Transaction of AIME, un artículo denominado "Tensile deformation" (Hollomon, 1945), en que plantea que el endurecimiento debido a la deformación se puede expresar como:

$$\Delta\sigma = K\varepsilon^n \quad (2)$$

en que K y n son constantes propias del material, ε_p corresponde a la deformación plástica y $\Delta\sigma$ es el incremento en el límite elástico debido a la deformación plástica introducida al material.

Es importante hacer notar que el valor obtenido de la ecuación 2 no corresponde al valor del esfuerzo de fluencia, sino que al incremento del esfuerzo de fluencia producto del endurecimiento por deformación. Así por ejemplo, si la deformación plástica es cero, el término $\Delta\sigma$ es cero. Otra forma de expresar la ecuación 2 es a través de:

$$\sigma = \sigma_0 + K\varepsilon_p^n \quad (3)$$

en que σ_0 corresponde al límite elástico del material en ausencia de deformación plástica. A esta última ecuación se la suele denominar ecuación de Ludwik (Dieter, 2011).

Otros modelos de fluencia

Otros modelos usualmente usados para representar el fenómeno de endurecimiento por deformación son el modelo de Voce (Hosford, 2005), que considera una dependencia exponencial entre el esfuerzo y la deformación, la ley de potencia generalizada, consistente en un modelo potencial, el modelo de Ramberg-Osgood que incluye el módulo de elasticidad y la ecuación de Prager, que modela el esfuerzo y la deformación a través de una función hiperbólica.

Ecuación de Voce

$$\sigma = c(1 - me^{-n\varepsilon}) \quad (4)$$

en que c , m y n parámetros propios del material.

Potencia generalizada

$$\sigma = c(m + \varepsilon)^n \quad (5)$$

en que c , m y n parámetros propios del material.

Ecuación de Ramberg-Osgood

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \left[1 + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{m-1} \right] \quad (6)$$

$$\alpha \approx \frac{3}{7} \quad m = \frac{1}{n}$$

σ_0 , E y m dependen del material (Liu, 2005).

Dependencia de la resistencia mecánica con el tamaño de grano: Modelo de Hall-Petch

El endurecimiento debido al efecto del tamaño de grano se modela a través de la ecuación de Hall-Petch, propuesta en los años 1952-1953, estableciéndose una relación entre el incremento del esfuerzo de fluencia y el tamaño de grano a través de (Meyers *et al.*, 2001; Meyers y Chawla, 2009):

$$\Delta\sigma = Kd^{-1/2} \quad (7)$$

O bien, en su forma más típica:

$$\sigma = \sigma_0 + Kd^{-1/2} \quad (8)$$

en que d representa el tamaño de grano, K es una constante cuyas unidades deben ser consistentes con las usadas para expresar el tamaño de grano y σ_0 es un esfuerzo relacionado con la fricción que se debe vencer para mover dislocaciones en la red. Este término se relaciona con la resistencia intrínseca que presenta un plano atómico determinado a deslizar sobre otro.

Dependencia de la resistencia mecánica con la densidad de dislocaciones: Modelo de Mecking-Kocks

Usualmente, los esfuerzos y deformaciones se representan ya sea en función de esfuerzo y deformaciones normales o bien de esfuerzo y deformaciones en corte. Esto tiene su origen en que a nivel microscópico, el deslizamiento de planos atómicos se relaciona con esfuerzos cortantes (τ) y con deformaciones en corte (γ). La relación entre un esfuerzo normal externamente aplicado al sólido de valor σ con el esfuerzo de corte resuelto (τ) sobre un determinado plano se puede plantear como:

$$\sigma = M\tau \quad (9)$$

en que M es el factor de orientación, definido como:

$$M = 1/m \quad (10)$$

siendo m el factor de Schmid. Para comprender a cabalidad el sentido de M (y de m) es preciso analizar la distribución de esfuerzos desde el punto de vista de la Ley de Schmid (Courtney, 2009), y en-

tender que el esfuerzo macroscópico aplicado sobre un sólido cristalino, se traduce en un esfuerzo cortante sobre cada plano del cristal, dependiendo de la orientación de dicho plano respecto de la dirección de tracción y de la dirección de deslizamiento. Dado que los procesos de deformación se explican sobre la base de esfuerzos de corte, la deformación producto de dichos esfuerzos, corresponde a la deformación en corte γ . De esta forma, el endurecimiento por deformación puede expresarse también como la variación en la densidad de dislocaciones debido a la deformación en corte introducida al material, es decir:

$\frac{\partial\rho}{\partial\gamma}$ = velocidad de incremento en la densidad de dislocaciones debido a la deformación.

Este incremento en la densidad de dislocaciones depende de la densidad de dislocaciones pre existentes, de la temperatura y de la deformación, es decir:

$$\frac{\partial\rho}{\partial\gamma} = f(\rho, \gamma, T) \quad (11)$$

El esfuerzo de corte τ se puede expresar como un esfuerzo relacionado con la fricción de la red τ_0 y otro asociado al incremento en la densidad de dislocaciones a través de:

$$\tau = \tau_0 + \alpha\mu b\sqrt{\rho} \quad (12)$$

La densidad de dislocaciones se expresa en (m⁻²), dado que corresponde a líneas de dislocación por unidad de área; b es el vector de Burgers que se expresa en (m); μ corresponde al módulo de corte (N/m²) y α es una constante adimensional que depende del material.

La deformación plástica genera dislocaciones a través del mecanismo de multiplicación de dislocaciones conocida como mecanismo de Frank-Read (Hertzberg *et al.*, 2012). De acuerdo al modelo propuesto por Mecking y Kocks (Bouquerel *et al.*, 2006), las dislocaciones se crean y se aniquilan durante el proceso de deformación. La creación conduce a un término denominado $\left(\frac{\partial\rho}{\partial\gamma}\right)^+$ y la aniquilación al término $\left(\frac{\partial\rho}{\partial\gamma}\right)^-$, de tal manera que:

$$\frac{\partial\rho}{\partial\gamma} = \left(\frac{\partial\rho}{\partial\gamma}\right)^+ + \left(\frac{\partial\rho}{\partial\gamma}\right)^- \quad (13)$$

Esto quiere decir que durante el proceso de deformación, la variación en la densidad de dislocacio-

nes obedece a la creación y a la aniquilación de las mismas.

Al moverse, la dislocación puede encontrar obstáculos, lo que supone la generación de nuevas dislocaciones a través del citado mecanismo de Frank-Read. Por lo tanto, la distancia a la que dichos obstáculos se encuentren, influirá en el término de generación de nuevas dislocaciones: al disminuir la distancia entre obstáculos, aumentará el término de generación de nuevas dislocaciones, por lo que:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial \gamma}\right)^+ = \frac{1}{\lambda b} \quad (14)$$

En que el término λ corresponde a la distancia entre obstáculos.

Al existir varios tipos de obstáculos, cada uno de ellos actúa como un camino paralelo, pudiendo definirse una distancia promedio a través de:

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_i \frac{1}{\lambda_i} \quad (15)$$

En que λ_i representa el camino libre medio del obstáculo i .

En un material policristalino, cuando el mecanismo de deformación es el de deslizamiento de dislocaciones, los obstáculos pueden ser considerados como los límites de grano. En este caso, λ se relaciona con el tamaño de grano a través de:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{d} + k\sqrt{\rho} \quad (16)$$

En que d corresponde al tamaño de grano y k es una constante adimensional.

Por otro lado, el término relacionado con la aniquilación de dislocaciones se puede escribir como:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial \gamma}\right)^- = -f\rho \quad (17)$$

Siendo f una constante adimensional relacionada con la aniquilación de dislocaciones.

Por lo tanto, dado que $d\gamma = M d\varepsilon$, (ver apéndice A), el término $\frac{\partial \rho}{\partial \gamma}$ se puede escribir como:

$$\frac{\partial \rho}{M d\varepsilon} = \frac{1}{bd} + \frac{k\sqrt{\rho}}{b} - f\rho \quad (18)$$

Esta relación permite calcular el incremento en la densidad de dislocaciones a medida que el só-

lido se deforma. Dado que la densidad de dislocaciones está en ambos lados de la igualdad, es necesario definir una rutina de cálculo basada en diferencia finitas de la siguiente manera (Salinas *et al.*, 2019):

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta \varepsilon} = \frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}} = M \left(\frac{1}{bd} + \frac{k\sqrt{\rho_{i-1}}}{b} - f\rho_{i-1} \right) \quad (19)$$

La estrategia de cálculo supone conocer el valor inicial de la densidad de dislocaciones de una determinada fase en ausencia de deformación, lo cual suele ser un dato de literatura. Se parte con $\rho = \rho_0$ para $\varepsilon = 0$. Luego se supone un incremento en la deformación de un determinado valor, por ejemplo 10^{-5} . A continuación, a partir de la ecuación de diferencias finitas, se calcula la densidad de dislocaciones para cada nivel de deformación. A continuación se utiliza la ecuación ($\tau = \tau_0 + \alpha \mu b \sqrt{\rho}$), de la siguiente forma, teniendo presente que:

$$\sigma = \sigma_0 + \alpha M G b \sqrt{\rho} \quad (20)$$

A partir de esta relación puede calcularse el valor del esfuerzo debido al incremento en la densidad de dislocaciones.

Dependencia de la fracción transformada de austenita a martensita con la deformación: Modelo de Olson-Cohen

En aceros multifásicos que presentan austenita retenida, es posible que dicha austenita se transforme en martensita debido a la deformación introducida. Olson y Cohen (1975), plantean que la martensita puede nuclearse en las intersecciones de bandas de deslizamiento de la austenita retenida. Estas bandas de deslizamiento, aumentan con el aumento de la deformación; además, las intersecciones aumentan lentamente a bajas deformaciones y luego, para mayores deformaciones, aumentan rápidamente. Esto último se debe a que cuando la deformación es baja, las bandas de deslizamiento son paralelas y cuando dicha deformación es alta, comienzan a aparecer bandas de deslizamiento no paralelas. A través de la suposición de que las bandas de deslizamiento en la austenita se consumen a una velocidad constante, se llega finalmente a que la fracción de martensita originada por la transformación de austenita retenida, puede calcularse a partir de:

$$f_{\alpha'} = 1 - \exp\{-\beta_{OC}[1 - \exp(-\alpha_{OC}\epsilon)^n]\} \quad (21)$$

α_{OC} depende de la energía de falla de apilamiento y por tanto, de la temperatura. β_{OC} es proporcional a la probabilidad de que la intersección de dos bandas de deslizamiento formen un embrión de martensita y dicha probabilidad depende de la temperatura. El parámetro n es fijo y sólo depende del material.

Samek *et al.* encontraron que $n=2$ (Samek *et al.*, 2006).

Tamaño de grano austenítico

Cuando la austenita, cuyo tamaño de grano inicial es $d_{\gamma init}$, se transforma en martensita, forma agregados de martensita y austenita (M/A). Se supone que de cada grano de austenita, se genera sólo un cristal de martensita de forma esférica, debido a la deformación. El tamaño del cristal de austenita cambia por lo tanto en función de la deformación.

Si el tamaño de grano inicial de la austenita es d_0 , por conservación de volumen, se debe cumplir que:

$$\frac{\pi}{6}d_0^3 = \frac{\pi}{6}d_{\gamma}^3 + \frac{\pi}{6}L_i^3 \quad (22)$$

Los términos d_{γ} y L_i representan el tamaño de grano de la austenita después de la transformación y el tamaño de grano de la martensita respectivamente. Si se supone que el tamaño de grano de la martensita es función de la cantidad de martensita transformada y del tamaño de grano inicial de la austenita, se tiene:

$$L_i = f_{\alpha'}d_{\gamma} \quad (23)$$

Debe tenerse presente que cuando se alude al tamaño de grano de la martensita, al estar constituida por listones, el tamaño de grano hace referencia al ancho de dichos listones. El tamaño de grano de la austenita no transformada se puede calcular a partir de:

$$d_{\gamma}(\epsilon) = d_0\sqrt[3]{1-f_{\alpha'}} \quad (24)$$

En esta ecuación, $d_{\gamma}(\epsilon)$ corresponde al tamaño de grano de la austenita y $f_{\alpha'}$ representa la fracción de martensita en volumen. Si no hay transformación de austenita a martensita, $f_{\alpha'}$ es cero y $d_{\gamma}(\epsilon)=d_0$.

Al sustituir este tamaño de grano en el modelo de Mecking-Kocks (ec. 18), se llega a:

$$\frac{\partial \rho}{M\partial \epsilon} = \frac{1}{b} \left(\frac{1}{d_0\sqrt[3]{1-f_{\alpha'}}} + k\sqrt{\rho} \right) - f\rho \quad (25)$$

Esta expresión se utilizará para evaluar el incremento en la densidad de dislocaciones de la austenita, valor que se utilizará para evaluar la resistencia de la austenita con ayuda de la ecuación 20.

Modelo de Rodríguez-Gutiérrez

Respecto de la fase martensita, la pregunta es ¿cuál es la ley de endurecimiento de la martensita? Para responder esta pregunta, se debe enumerar los mecanismos de endurecimiento de la martensita: endurecimiento por solución sólida, tamaño del listón de martensita, densidad de dislocaciones y presencia de carburos. Rodríguez y Gutiérrez (2003) propusieron un modelo del tipo Voce, para representar la curva esfuerzo verdadero versus deformación verdadera, a través de:

$$\sigma = \sigma_0 + \alpha MG\sqrt{b} \sqrt{\frac{1 - \exp(-Mf\epsilon)}{fL}} \quad (26)$$

L es el tamaño de grano de la martensita (o ancho del listón), f es una constante relacionada con la aniquilación de dislocaciones y ϵ es la deformación.

Modelos de mezcla para aceros multifásicos

Anteriormente se ha dicho que los aceros multifásicos están constituidos por varias fases. A partir de esto es razonable plantear que la predicción de propiedades mecánicas debe obedecer a una regla ponderada de las propiedades de cada una de las fases. Si se consideran dos fases A y B, puede plantearse que:

$$\sigma_{AB} = \sigma_A f_A + \sigma_B(1 - f_A) \quad (27)$$

La fracción en volumen de A es f_A ; σ_A y σ_B son las propiedades de A y B respectivamente.

Esto corresponde a una mezcla en la que a ambos constituyentes se les aplica una fuerza F que se distribuye entre ambos constituyentes. En la Figu-

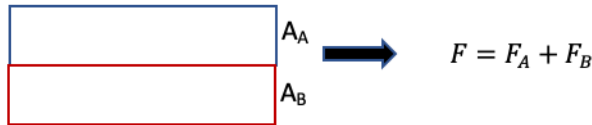


Figura N° 1. Dedución del modelo de mezcla para un material compuesto constituido por dos componentes, A y B.

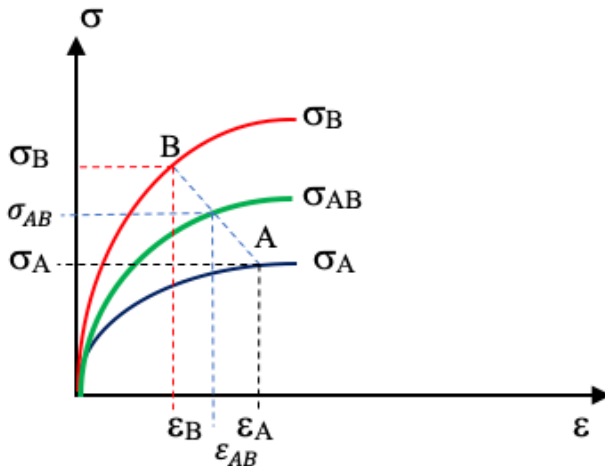


Figura N° 2. Esquema del modelo de mezcla para un material constituido por un componente blando (A) y uno duro (B).

ra N° 1 puede verse una representación gráfica de este modelo, en la que el componente A tiene área A_A y el componente B área A_B . Al aplicar una fuerza F , dicha fuerza se divide en dos, F_A y F_B . La fuerza aplicada sobre A genera un esfuerzo $\sigma_A = F_A/A_A$. La fuerza aplicada sobre B define a su vez un esfuerzo $\sigma_B = F_B/A_B$.

$$F = F_A + F_B \quad (28)$$

Al dividir por el área, queda:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F_A}{A} + \frac{F_B}{A} = \frac{F_A}{A} \cdot \frac{A_A}{A_A} + \frac{F_B}{A} \cdot \frac{A_B}{A_B} = \sigma_A f_A + \sigma_B f_B \quad (29)$$

Coeficiente de partición

En el caso de dos constituyentes cuya resistencia intrínseca sea muy diferente, se postula que los es-

fuerzos y deformaciones se reparten entre ambos constituyentes a través de un coeficiente de partición q definido como (Alvarez *et al.*, 2020):

$$q = \frac{\sigma_B - \sigma_{AB}}{\epsilon_B - \epsilon_{AB}} \quad (30)$$

En la Figura N° 2, el punto que se modela corresponde al material compuesto de coordenadas $(\epsilon_{AB}, \sigma_{AB})$. Este punto resulta de la contribución de la fase B correspondiente al punto (ϵ_B, σ_B) y de la fase A correspondiente al punto (ϵ_A, σ_A) .

Notar que q corresponde a la pendiente del trazo que une los puntos A y B.

Un ejemplo

El siguiente es un ejemplo de modelización de propiedades mecánicas a partir del modelo planteado. El acero corresponde a la composición mostrada en la Tabla N° 1 (Tesser *et al.*, 2021).

Este acero fue fundido y colado obteniendo un lingote de 100 mm x 100 mm x 350 mm. Luego fue forjado a temperaturas entre 900 y 1200°C, obteniéndose palanquillas de 25 mm x 160 mm x 1000 mm. Las palanquillas fueron laminadas en caliente a temperaturas entre 850 y 1100°C hasta reducir el espesor a 15 mm. Las placas obtenidas, luego de enfriarlas al aire, fueron sometidas a un tratamiento térmico consistente en austenización a 910°C por 1200 s seguido de un tratamiento isotérmico bainítico a 400°C por 1500 s.

El modelo aplicado utilizó los parámetros especificados en la Tabla N° 2, en la que destacan los siguientes parámetros: ρ_0 densidad de dislocaciones ($1/m^2$), μ módulo de corte (GPa), b vector de Burgers (m), α constante en la ecuación 20, M factor de Taylor, k constante en la ecuación 18, f constante en la ecuación 17, σ_0 constante en la ecuación 26 y n constante en la ecuación 21 (Alvarez, 2022).

El resultado de la modelación de propiedades mecánicas para este acero se muestra en las Figu-

C	Mn	Si	Cr	Al	Cu	Mo	Ni	P	S	Fe
0,166	1,872	1,534	0,242	0,343	0,099	0,017	0,05	0,005	0,022	Bal.

Tabla N° 1. Composición química del acero estudiado.

Parámetro	Ferrita	Austenita	Bainita	Martensita
Densidad de dislocaciones ρ_0 (m^{-2})	3×10^{12}	10^{12}	10^{13}	-
Módulo de corte μ (GPa)	78,5	72	78,5	78,5
Vector de Burgers b (m)	$2,48 \times 10^{-10}$	$2,58 \times 10^{-10}$	$2,48 \times 10^{-10}$	$2,48 \times 10^{-10}$
Constante α ec. (20)	0,55	0,55	0,55	0,55
Factor de Taylor M	3	3	3	3
Constante k ec. (18)	0,015	0,01	0,022	0
Constante f ec. (17)	5,5	4	5	12,5
Constante σ_0 ec. (26)	220	200	420	900
Constante n ec. (21)	2	2	2	2

Tabla N° 2. Parámetros usados en la modelación de las propiedades de tracción del acero de la Tabla N° 1.

ras N° 3 y N° 4. En primer lugar, en la Figura N° 3 se muestra el comportamiento de la fase ferrita de acuerdo al modelo de Mecking-Kocks desarrollado en las ecuaciones 20 y 21, donde se ha supuesto un endurecimiento por deformación debido al incremento en la densidad de dislocaciones. Esta fase blanda, se endurece a medida que es deformada, pero siempre permanece por debajo de la curva correspondiente a las fases duras, en este caso bainita y martensita (BM), en color verde. En la simulación de esta curva se consideró que la austenita se transforma en martensita por efecto

TRIP, lo cual queda descrita por el modelo de Olson y Cohen (ecuación 22). Para la ley de endurecimiento de la martensita se utilizó la ecuación 27, la cual toma en cuenta la deformación plástica y el tamaño del listón de martensita.

Para modelar la composición de la fase blanda (ferrita) y la dura (BM), se utilizó la ecuación del factor de partición descrito por la ecuación 31, trazándose cada uno de los factores de partición en la figura 3 como los segmentos de color negro que unen los pares de puntos de ambas fases (BM y ferrita).

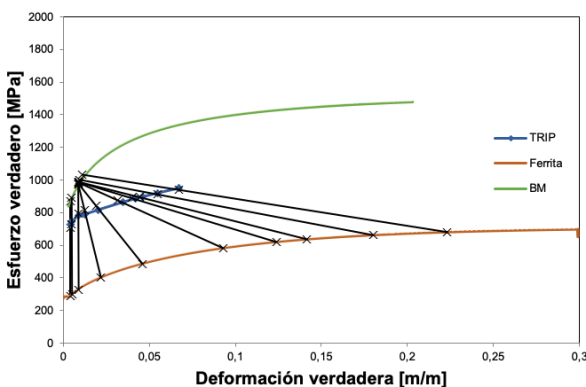


Figura N° 3. Curva esfuerzo deformación experimental (azul). En verde se muestra la curva predicha por el modelo para la fase dura (BM) y para la ferrita (anaranjado). Los puntos correspondientes al modelo de mezcla entre ambas fases (BM y ferrita) se muestran con cruces.

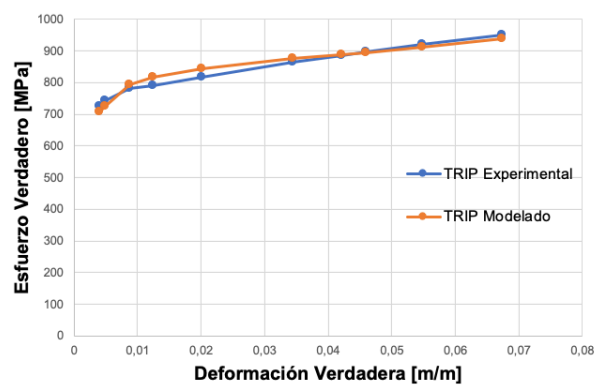


Figura N° 4. Curva esfuerzo verdadero versus deformación verdadera para el acero multifásico modelado de acuerdo a la metodología expuesta (color anaranjado) y resultado experimental (azul).

Finalmente en la Figura N° 4, se muestran el resultado experimental y el resultado a partir del modelo, pudiendo apreciarse una aceptable similitud entre ambas curvas. Es de destacar el gran endurecimiento por deformación que se obtiene, ya que la fluencia plástica comienza alrededor de los 700 MPa llegando a un esfuerzo máximo de 950 MPa a 7% de deformación.

Conclusiones

Se ha descrito el conjunto de ecuaciones constitutivas que permiten modelar un acero multifásico que posee cuatro fases: ferrita, austenita retenida, bainita y martensita. Se ha planteado el concepto de coeficiente de partición entre fases duras y blandas y se ha aplicado el conjunto de ecuaciones al modelo de la curva esfuerzo versus deformación de un acero con comportamiento TRIP, obteniéndose un ajuste razonable entre ambas curvas.

Los valores de las constantes de las ecuaciones usadas han sido obtenidas de la literatura o bien han sido calibradas de acuerdo a los resultados parciales de cada parte del modelo. Es un desafío continuar la investigación en el sentido de afinar el valor de dichas constantes para cada caso específico a estudiar, dada la gran variedad de aceros que es deseable modelar desde el punto de vista de las propiedades mecánicas.

Apéndice 1

A partir de la ley de Schmid se tiene que el esfuerzo cortante resuelto sobre un plano de deslizamiento (caracterizado por su normal NPD) y en la dirección de deslizamiento (DD) es:

$$\tau = \sigma \cos \phi \cos \lambda \quad (\text{A.1})$$

En que ϕ es el ángulo entre la dirección de tracción y la normal al plano de deslizamiento, en tanto que λ es el ángulo entre la dirección de tracción y la dirección de deslizamiento (DD).

El término $\cos \phi \cos \lambda$ recibe el nombre de factor de Schmid y se denota por m , es decir:

$$m = \cos \phi \cos \lambda \quad (\text{A.2})$$

A su vez, el factor $1/m$ se denomina factor de orientación y se denota por M , es decir: $M = 1/m$

Para el caso de deformaciones, en la figura se muestra un espacio $1' 2' 3'$, en que los ejes coor-

denados coinciden con las direcciones de deslizamiento.

Al suponer un sólido de dimensiones unitarias, el desplazamiento en la dirección 3' es du , por lo que la matriz de desplazamiento será:

$$u_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ du & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Esta matriz se puede escribir como la suma de una matriz simétrica más una antisimétrica:

$$u_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & du/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ du/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -du/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ du/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Si se divide por uno, los desplazamientos se transforman en deformaciones (recordar que se partió de un sólido unitario). La primera matriz corresponde a la matriz de deformación y la segunda a la de rotación respecto al eje 2'. De esta forma, las matrices de deformación y rotación quedan respectivamente:

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & dy/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ dy/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \omega_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -dy/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ dy/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Si se representa la deformación referida a dos sistemas coordenados, ver Figura N° A.2, el del cristal de coordenadas (x_1, x_2, x_3) y el del sistema de deslizamiento (x'_1, x'_2, x'_3) , es posible definir una matriz de transformación para obtener las coordenadas de cualquier punto usando como referencia el sistema de deslizamiento, a partir de las coorde-

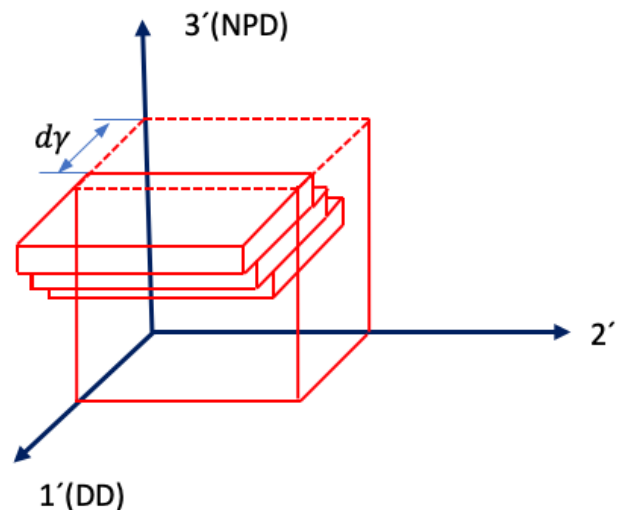


Figura N° A.1. Deformación de un cristal en el plano $1'2'$.

nadas referidas al sistema del cristal, a partir de los cosenos directores como:

$$a_{ij} = \cos(x'_i, x_j) \tag{A.6}$$

En que x'_i corresponde a las coordenadas del sistema de deslizamiento y x_j al sistema de referencia del cristal. La transformación inversa será la matriz definida por:

$$l_{ij} = \cos(x_i, x'_j) \tag{A.7}$$

Por lo tanto:

$$l_{ij} = \begin{pmatrix} l_{11}' & l_{12}' & l_{13}' \\ l_{21}' & l_{22}' & l_{23}' \\ l_{31}' & l_{32}' & l_{33}' \end{pmatrix} \tag{A.8}$$

Si se desea transformar la matriz de deformación que está expresada en el sistema de referencia del sistema de deslizamiento, al sistema de referencia del cristal, se debe premultiplicar por la matriz de transformación y postmultiplicar por la matriz transpuesta de transformación, por lo tanto:

$$(d\epsilon^c) = (l)(d\epsilon^s)(l)^T \tag{A.9}$$

$$(d\epsilon^c) = \begin{pmatrix} l_{11}' & l_{12}' & l_{13}' \\ l_{21}' & l_{22}' & l_{23}' \\ l_{31}' & l_{32}' & l_{33}' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & dy/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ dy/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{11}' & l_{21}' & l_{31}' \\ l_{12}' & l_{22}' & l_{32}' \\ l_{13}' & l_{23}' & l_{33}' \end{pmatrix} \tag{A.10}$$

$$(\epsilon^c) = \begin{pmatrix} l_{13}' & 0 & l_{31}' \\ l_{23}' & 0 & l_{32}' \\ l_{33}' & 0 & l_{33}' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{11}' & l_{21}' & l_{31}' \\ l_{12}' & l_{22}' & l_{32}' \\ l_{13}' & l_{23}' & l_{33}' \end{pmatrix} \frac{dy}{2} \tag{A.11}$$

$$(d\epsilon^c) = \begin{pmatrix} l_{11}'l_{13}' + l_{11}'l_{13}' & l_{13}'l_{21}' + l_{11}'l_{23}' & l_{13}'l_{31}' + l_{11}'l_{33}' \\ l_{23}'l_{11}' + l_{31}'l_{13}' & l_{23}'l_{21}' + l_{21}'l_{23}' & l_{23}'l_{31}' + l_{21}'l_{33}' \\ l_{33}'l_{11}' + l_{31}'l_{13}' & l_{33}'l_{21}' + l_{31}'l_{23}' & l_{33}'l_{31}' + l_{31}'l_{33}' \end{pmatrix} \frac{dy}{2} \tag{A.12}$$

$$d\epsilon_{11} = 2l_{11}'l_{13}' \frac{dy}{2} = l_{11}'l_{13}'dy \tag{A.13}$$

$$m = \cos\phi\cos\lambda = l_{11}'l_{13}' \tag{A.14}$$

Por lo que:

$$d\epsilon_{11} = mdy = \frac{1}{M}dy \tag{A.15}$$

$$dy = Md\epsilon \tag{A.16}$$

$$d\epsilon_{ij} = l \tag{A.17}$$

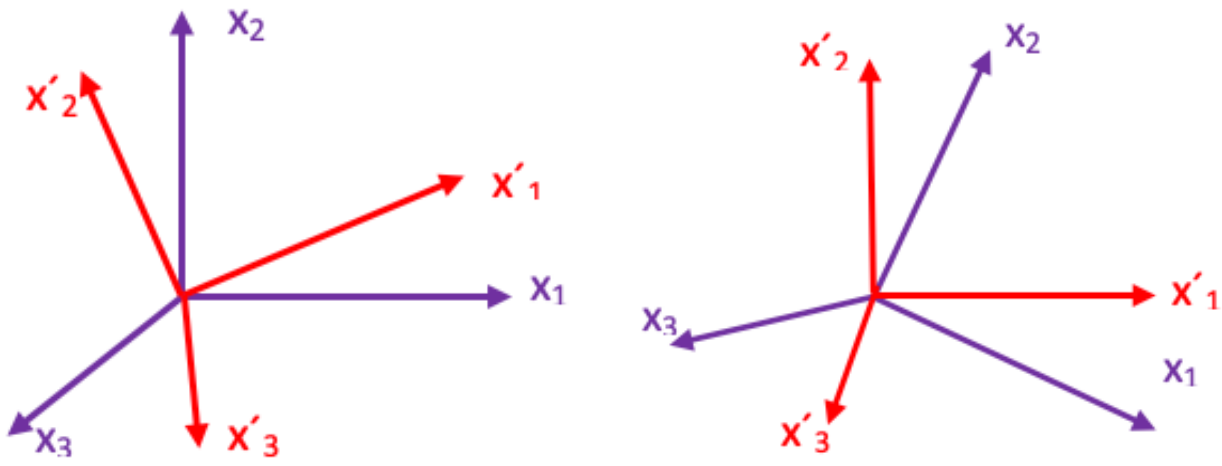


Figura N° A.2. Sistemas de referencia usados en describir la rotación de un cristal.

Referencias

- Alvarez P, Muñoz F, Celentano D, Artigas A, Castro-Cerda FM, Ponthot JP, Monsalve A. (2020). Modeling the mechanical response of a dual-phase steel based on individual-phase tensile properties. *Metals* 10: 1-13. <https://doi.org/10.3390/met10081031>
- Álvarez P. 2022. Modelamiento del comportamiento mecánico en ensayos de tracción de aceros TRIP generados a partir de aceros comerciales. Tesis, Magíster en Ingeniería Mecánica, Universidad de Santiago de Chile.
- Bouquerel J, Verbeken K, De Cooman BC. 2006. Microstructure-based model for the static mechanical behaviour of multiphase steels. *Acta Materialia* 54: 1443-1456. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2005.10.059>
- Courtney TH. 2009. Mechanical behavior of materials - Second Edition. In *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki*.
- Dieter GE. 2011. Mechanical metallurgy. In *Mechanical metallurgy*. <https://doi.org/10.5962/bhl.title.35895>
- Hertzberg R, Vinci R, Hertzberg J. 2012. Deformation and fracture mechanics of engineering materials. John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, USA.
- Hosford W. 2005. Mechanical behavior of materials. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Liu AF. 2005. Mechanics and mechanisms of fracture: An introduction. ASM International, Ohio, USA.
- Meyers MA, Vöhringer O, Lubarda VA. 2001. The onset of twinning in metals: A constitutive description. *Acta Materialia* 49: 4025-4039. [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(01\)00300-7](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(01)00300-7)
- Meyers M, Chawla K. 2009. Mechanical behavior of materials. *Choice Reviews Online* 46: <https://doi.org/10.5860/choice.46-6830>
- Olson GB, Cohen M. 1975. Kinetics of strain-induced martensitic nucleation. *Metallurgical Transactions A*, 6: 791-795. <https://doi.org/10.1007/BF02672301>
- Rodríguez R, Gutiérrez I. 2003. Unified formulation to predict the tensile curves of steels with different microstructures. *Materials Science Forum* 426-432: 4525-4530. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/msf.426-432.4525>
- Salinas A, Celentano D, Carvajal L, Artigas A, Monsalve A. 2019. Microstructure-based constitutive modelling of low-alloy multiphase TRIP steels. *Metals* 9. <https://doi.org/10.3390/met9020250>
- Samek L, De Moor E, Penning J, De Cooman BC. 2006. Influence of alloying elements on the kinetics of strain-induced martensitic nucleation in low-alloy, multiphase high-strength steels. *Metall Mater Trans A* 37: 109-124. <https://doi.org/10.1007/s11661-006-0157-0>
- Tesser E, Silva C, Artigas A, Monsalve A. 2021. Effect of carbon content and intercritical annealing on microstructure and mechanical tensile properties in FeCMnSiCr TRIP-Assisted Steels. *Metals* 11. <https://doi.org/10.3390/met11101546>